

## 1 多項式と単項式の乗法・除法

## 【例題】P.2

- 1 (1)  $15a^2+10ab$  (2)  $-5xy+15y^2$  (3)  $6x^2-9xy+6x$  (4)  $3a-2$  (5)  $xy+y^2+1$  (6)  $-10x+5y$   
 2 (1)  $4x^2-3x$  (2)  $3a^2-8ab$  (3)  $x^2-2xy$  (4)  $-a^2+10ab$

## 【必修問題 A】P.3

- 問題 1 (1)  $3a^2+2ab$  (2)  $-8x^2+2xy$  (3)  $2a^2+6ab-8a$   
 (4)  $-15x^2+10xy-5x$  (5)  $-12x^2-8xy$  (6)  $16x^2+8xy$
- 問題 2 (1)  $2a^2+ab$  (2)  $-3xy+6y^2$  (3)  $ab-b^2+1$   
 (4)  $2x-3$  (5)  $-4x-3y$  (6)  $-5x^2-3x+7$   
 (7)  $-\frac{2}{3}pq+\frac{5}{6}p$  (8)  $-8+3x$  (9)  $10x-5$
- 問題 3 (1)  $3a^2-a$  (2)  $7x^2+2x$  (3)  $-4x^2-9xy$   
 (4)  $2x^2+3$  (5)  $10a^2-3a$  (6)  $xy-7y^2$

## 【必修問題 B】P.4

- 問題 1 (1)  $-12x^2+4xy$  (2)  $-10x^2-6xy$  (3)  $-18m^3n+54m^2n^2$   
 (4)  $4a^2+10ab$  (5)  $3x^2-4xy$  (6)  $-8a^3+10a^2-2a$
- 問題 2 (1)  $7xy-5y$  (2)  $12x-4y$  (3)  $-7ab+35b$   
 (4)  $-8xy+12y$  (5)  $-12a+9b$  (6)  $12x+9-\frac{18}{x}$
- 問題 3 (1)  $-x^2+x$  (2)  $2x^2+xy-3y^2$  (3)  $x^2+xy$   
 (4)  $-3x^2+2y-4x+4$  (5)  $-a-9$  (6)  $7x$   
 (7)  $-4xy$  (8)  $-3x^2-x+3y$

例題

2 乗法公式

【例題】P.6,7

- 1 (1)  $xy-3x+2y-6$  (2)  $2x^2-7x-4$  (3)  $8x^2+10xy-3y^2$  (4)  $a^2-3ab+4a-6b+4$
- 2 (1)  $x^2+8x+15$  (2)  $x^2-4x-21$  (3)  $x^2-9xy+20y^2$  (4)  $x^2+3xy-40y^2$
- (5)  $x^2+\frac{1}{5}x-\frac{6}{25}$  (6)  $x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}$
- 3 (1)  $x^2+10x+25$  (2)  $x^2-6x+9$  (3)  $x^2-8xy+16y^2$  (4)  $9a^2-12ab+4b^2$
- (5)  $x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}$  (6)  $\frac{1}{9}x^2-2x+9$
- 4 (1)  $x^2-9$  (2)  $a^2-36$  (3)  $16x^2-9y^2$  (4)  $x^2-16$  (5)  $a^2-b^2$  (6)  $x^2-\frac{9}{16}y^2$
- 5 (1)  $2x^2+1$  (2)  $-3x-10$  (3)  $4a-40$  (4)  $-3x^2+5xy-5y^2$
- 6 (1)  $a^2-2ab+b^2-9$  (2)  $x^2+2x+1-y^2$  (3)  $x^2+2xy+y^2-4x-4y+4$

【必修問題 A】P.8,9

- 問題 1 (1)  $ab-6a+4b-24$  (2)  $2x^2+x-6$  (3)  $2x^2+5x+2$
- (4)  $8a^2+2a-15$  (5)  $3a^2-5ab-2b^2$  (6)  $3x^2-xy-2y^2$
- (7)  $a^2-2ab+4a-2b+3$  (8)  $2x^2-xy-4x-y^2+4y$  (9)  $6a^2+4ab+7a+6b-3$
- 問題 2 (1)  $x^2+7x+10$  (2)  $x^2+2x-8$  (3)  $x^2-5x+6$
- (4)  $x^2-2xy-15y^2$  (5)  $x^2+5xy+6y^2$  (6)  $x^2+\frac{5}{6}x+\frac{1}{6}$
- (7)  $x^2-\frac{11}{12}x+\frac{1}{6}$  (8)  $x^2+xy-30y^2$  (9)  $4a^2+4a-3$
- 問題 3 (1)  $x^2+8x+16$  (2)  $a^2-12a+36$  (3)  $x^2-8xy+16y^2$
- (4)  $a^2+6ab+9b^2$  (5)  $4x^2+4x+1$  (6)  $4a^2-12a+9$
- (7)  $x^2+x+\frac{1}{4}$  (8)  $x^2-\frac{4}{3}x+\frac{4}{9}$  (9)  $\frac{1}{16}x^2-2x+16$
- 問題 4 (1)  $x^2-25$  (2)  $a^2-81$  (3)  $9a^2-1$
- (4)  $25x^2-4$  (5)  $x^2-y^2$  (6)  $4x^2-9y^2$
- (7)  $64-x^2$  (8)  $y^2-4x^2$  (9)  $x^2-a^2$
- 問題 5 (1)  $2x^2+5x+9$  (2)  $-4x+5$  (3)  $2a^2+9a+11$
- (4)  $-8x^2-2xy-14y^2$  (5)  $16a+32$  (6)  $7xy-10y^2$
- 問題 6 (1)  $a^2+2ab+b^2-4$  (2)  $a^2-6a+9-b^2$  (3)  $x^2-2xy+y^2+10x-10y+25$

**【必修問題 B】 P.10 11**

**問題 1** (1)  $21x^2 + xy - 2y^2$

(2)  $\frac{1}{6}a^2 - \frac{5}{6}ab - 4b^2$

(3)  $x^3 - 8y^3$

**問題 2** (1)  $x^2 - \frac{1}{6}xy - \frac{1}{18}y^2$

(2)  $9a^2 + 9a + 2$

(3)  $4a^2 - 2a - 20$

**問題 3** (1)  $25x^2 - 10xy + y^2$

(2)  $x^2 - 5xy + \frac{25}{4}y^2$

(3)  $4y^2 + y + \frac{1}{16}$

**問題 4** (1)  $a^2 - \frac{1}{64}$

(2)  $16 - 25x^2$

(3)  $y^2 - 9x^2$

**問題 5** (1)  $2x^2 + 7x - 15$

(2)  $x^2 - 11x + 30$

(3)  $x^2 - 36$

(4)  $x^2 - 14x + 49$

(5)  $x^2 + 3xy - 18y^2$

(6)  $4 - x^2$

**問題 6** (1)  $-6x + 15$

(2)  $-9x + 2$

(3)  $2x^2 - 6x + 4$

(4)  $-36x + 99$

(5)  $x^2$

(6)  $6xy - 34y^2$

**問題 7** (1)  $x^2 + 4xy + 4y^2 + 2x + 4y - 3$

(2)  $a^2 + 10a + 25 + ab + 5b - 12b^2$

【例題】P.12,13

- 1 (1)  $a(b-c)$  (2)  $2(x-4)$  (3)  $x(y+1)$  (4)  $ab(a-2b)$  (5)  $-2x^2y(4y-5)$
- 2 (1)  $(x+2)(x+3)$  (2)  $(x-1)(x-2)$  (3)  $(x+4)(x-2)$  (4)  $(x+y)(x+7y)$  (5)  $(x-2y)(x-4y)$
- 3 (1)  $(x+5)^2$  (2)  $(x-4)^2$  (3)  $(x-7y)^2$
- 4 (1)  $(2x+1)^2$  (2)  $(3x-5y)^2$
- 5 (1)  $(x+3)(x-3)$  (2)  $(a+2)(a-2)$  (3)  $(a+b)(a-b)$  (4)  $(5x+2)(5x-2)$  (5)  $(3x+7y)(3x-7y)$
- 6 (1)  $2(x+1)(x+7)$  (2)  $3(x-1)^2$  (3)  $4(x+2)(x-2)$  (4)  $5x(y-3)(y+2)$   
 (5)  $2y(x-7y)(x+2y)$  (6)  $4y(3x+1)(3x-1)$
- 7 (1)  $(a+1)(x+y)$  (2)  $(x+1)^2$  (3)  $(x+y+3)(x+y-3)$  (4)  $(x+1)(y+1)$

【必修問題 A】P.14,15

- 問題 1 (1)  $x(y-z)$  (2)  $3(a+2)$  (3)  $a(1+b)$  (4)  $2x(2y-3)$  (5)  $2x(4-3y)$   
 (6)  $3x(3x-1)$  (7)  $xy(x-y)$  (8)  $a(a-1)$  (9)  $3x(y-2z)$
- 問題 2 (1)  $(x+2)(x+4)$  (2)  $(x-2)(x-3)$  (3)  $(x-3)(x+2)$  (4)  $(x-4)(x+2)$  (5)  $(x-8)(x+3)$   
 (6)  $(x-7)(x+2)$  (7)  $(x+2y)(x+5y)$  (8)  $(x-y)(x-6y)$  (9)  $(a-4b)(a-5b)$
- 問題 3 (1)  $(x+4)^2$  (2)  $(a+7)^2$  (3)  $(a-3)^2$  (4)  $(x-6)^2$  (5)  $(a-10)^2$   
 (6)  $(y-9)^2$  (7)  $(a-b)^2$  (8)  $(x+8y)^2$  (9)  $(x-11y)^2$
- 問題 4 (1)  $(5x-2)^2$  (2)  $(6x-1)^2$  (3)  $(2x-3y)^2$
- 問題 5 (1)  $(x+4)(x-4)$  (2)  $(a+6)(a-6)$  (3)  $(x+1)(x-1)$  (4)  $(2x+5)(2x-5)$  (5)  $(x+y)(x-y)$   
 (6)  $(a+2b)(a-2b)$  (7)  $(2x+3y)(2x-3y)$  (8)  $(3x+y)(3x-y)$  (9)  $(3a+4b)(3a-4b)$
- 問題 6 (1)  $2(x+1)(x-1)$  (2)  $2(x-4)^2$  (3)  $3(x-1)(x-3)$  (4)  $6x(y-3)(y+2)$   
 (5)  $3y(x-2y)^2$  (6)  $16y(x+2)(x-2)$
- 問題 7 (1)  $(x+2)(a+b)$  (2)  $x(x+1)$  (3)  $(a+b+4)(a+b-4)$  (4)  $(a+1)(b-1)$

【必修問題 B】P.16 17

- 問題 1 (1)  $2ab(3a+4b)$  (2)  $-2x(x+4y)$  (3)  $m(m-n+5)$   
 (4)  $xy(xy+x-y)$  (5)  $5x(2x+y-3z)$  (6)  $3ab(a-2b-c)$
- 問題 2 (1)  $(a+3b)(a+5b)$  (2)  $(x+9y)(x-2y)$  (3)  $(a-12b)(a-2b)$   
 (4)  $(x-10y)(x+2y)$  (5)  $(x-12y)(x+3y)$  (6)  $(x+12y)(x-4y)$
- 問題 3 (1)  $(x+2y)^2$  (2)  $(2x+5)^2$  (3)  $(3x-y)^2$  (4)  $(4x+7y)^2$  (5)  $(x-0.2)^2$  (6)  $\left(x+\frac{1}{3}\right)^2$
- 問題 4 (1)  $(2m+3)(2m-3)$  (2)  $(6x+7y)(6x-7y)$  (3)  $(x+0.3)(x-0.3)$   
 (4)  $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)$  (5)  $\left(x+\frac{1}{5}y\right)\left(x-\frac{1}{5}y\right)$  (6)  $(xy+1)(xy-1)$

**問題 5** (1)  $4(x+3)(x-3)$  (2)  $3(a+2)^2$  (3)  $2(x-4)(x+2)$   
 (4)  $2x(y+2)(y-2)$  (5)  $a(x-8)(x+2)$  (6)  $4a(x+3y)(x-3y)$   
 (7)  $(x+5)(x-4)$  (8)  $(x+2)(x-1)$  (9)  $(x+6)(x-2)$

**問題 6** (1)  $(x+1)(x+4)$  (2)  $(3x+2)(x-4)$

**問題 7** (1)  $(1+a)(1-a)$  (2)  $2(2a-b)^2$  (3)  $-(a+7)(a-4)$  (4)  $2(x-4)(x+2)$  (5)  $x(2y+3)(2y-3)$   
 (6)  $(x+3)(x-2)$  (7)  $-3x(x-y)(x-7y)$  (8)  $9(a+3b)(a-3b)$  (9)  $2x(x+6)^2$   
 (10)  $5(y-1)^2$  (11)  $-(x-2)(x-5)$  (12)  $-(x-1)(x-4)$  (13)  $(x-3)(x-4)$   
 (14)  $2x(2x^2+4x-1)$  (15)  $(x+8y)(x-2y)$  (16)  $\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{3}\right)\left(\frac{a}{2}-\frac{b}{3}\right)$  (17)  $5y(x^2+6xy+9y)$   
 (18)  $(x+5y)^2$  (19)  $(2a-7b)^2$  (20)  $(x+4)(x-4)$  (21)  $(y-7)(y+9)$   
 (22)  $3b(2a+3c)(2a-3c)$  (23)  $(x+9)(x-4)$  (24)  $y(x-3)(x+2)$

**問題 8** (1)  $(a+b-7)(a+b+2)$  (2)  $(x-5)(x+4)$  (3)  $(a+b)(a+b-3)$   
 (4)  $(a-7)^2$  (5)  $(a+2)(b+1)$  (6)  $(x-3)(y-4)$   
 (7)  $(a+b)(x-y)$  (8)  $(x+2y+z)(x+2y-z)$  (9)  $(5x-1)(x+5)$

例題 4 素因数分解・式の計算の利用・式の値

【例題】P.18,19

1 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

2 (1)  $2 \times 3 \times 5$  (2)  $2^3 \times 3$  (3)  $2^2 \times 3^2 \times 5$

3 (1) 6の2乗 (2) 12の2乗 (3) 18の2乗

4 (1) ①2 ②6 ③14 (2) ①2 ②6 ③14

5 (1)  $99 \times 101 = (100-1)(100+1) = 100^2 - 1^2 = 10000 - 1 = 9999$

(2)  $102 \times 98 = (100+2)(100-2) = 100^2 - 2^2 = 10000 - 4 = 9996$

(3)  $101^2 = (100+1)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 1 + 1^2 = 10000 + 200 + 1 = 10201$

6 (1)  $6 \times 76 + 4 \times 76 = 76(6+4) = 76 \times 10 = 760$

(2)  $75^2 - 25^2 = (75+25)(75-25) = 100 \times 50 = 5000$

(3)  $2.1 \times 52^2 - 2.1 \times 48^2 = 2.1(52^2 - 48^2) = 2.1(52+48)(52-48) = 2.1 \times 100 \times 4 = 840$

7 (1) -33 (2) 900

【必修問題 A】P.20,21

問題1 (1) 23, 29, 31, 37 (2) 53, 59

問題2 (1)  $2 \times 3^2$  (2)  $2 \times 3 \times 7$  (3)  $2^4 \times 3$  (4)  $2^3 \times 7$  (5)  $2^2 \times 3 \times 5$  (6)  $2^3 \times 3 \times 5$

問題3 (1) ①2 ②6 ③2 (2) ①3 ②21 ③14

問題4 (1)  $42 \times 38 = (40+2)(40-2) = 40^2 - 2^2 = 1600 - 4 = 1596$

(2)  $103 \times 97 = (100+3)(100-3) = 100^2 - 3^2 = 10000 - 9 = 9991$

(3)  $102^3 = (100+2)^2 = 100^2 + 100 \times 2 \times 2 + 2^2 = 10000 + 400 + 4 = 10404$

(4)  $99^2 = (100-1)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times (-1) + (-1)^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801$

(5)  $82 \times 63 + 18 \times 63 = 63(82+18) = 63 \times 100 = 6300$

(6)  $55^2 - 45^2 = (55+45)(55-45) = 100 \times 10 = 1000$

問題5 (1) 116 (2) 62 (3) 2500 (4) 0 (5) 92 (6) 4

【必修問題 B】P.22 23

問題1 (1)  $2^3 \times 3^2$  (2)  $2^4 \times 3 \times 5$  (3)  $3 \times 5^2 \times 7$

問題2 (1) 11の2乗 (2) 22の2乗 (3) 27の2乗

問題3 (1) 14, 42の2乗 (2) 2, 20の2乗 (3) 3, 60の2乗

問題4 (1) 5, 5の2乗 (2) 5, 6の2乗 (3) 131, 2の2乗

**問題 5** (1)  $127^2 - 123^2$   
 $= (127+123)(127-123)$   
 $= 250 \times 4$   
 $= 1000$

(2)  $95^2$   
 $= (90+5)^2$   
 $= 90^2 + 2 \times 90 \times 5 + 5^2$   
 $= 8100 + 900 + 25$   
 $= 9025$

(3)  $78 \times 82$   
 $= (80-2)(80+2)$   
 $= 80^2 - 2^2$   
 $= 6400 - 4$   
 $= 6396$

(4)  $1004 \times 997$   
 $= (1000+4)(1000-3)$   
 $= 1000^2 + 1000 - 12$   
 $= 1000988$

(5)  $5.9 \times 357 + 5.9 \times 643$   
 $= 5.9(357+643)$   
 $= 5.9 \times 1000$   
 $= 5900$

(6)  $75^2 \times 3.14 - 25^2 \times 3.14$   
 $= (75^2 - 25^2) \times 3.14$   
 $= (75+25)(75-25) \times 3.14$   
 $= 100 \times 50 \times 3.14$   
 $= 15700$

**問題 6** (1) 200

(2) 6

(3) 52

(4) 73

(5) 54

(6) 2

【例題】P.24,25

1 連続する3つの整数の中央の整数を  $n$  とすると、小さい方の整数は  $n-1$ 、大きい方の整数は  $n+1$  と表せる。

これらの数をそれぞれ2乗してできた3つの数の和から2をひいた数は、

$$\begin{aligned}(n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 - 2 &= (n^2 - 2n + 1) + n^2 + (n^2 + 2n + 1) - 2 \\ &= 3n^2\end{aligned}$$

 $n^2$  は整数なので、 $3n^2$  は3の倍数である。

よって、連続する3つの整数において、それぞれ2乗してできた3つの数の和から2をひいた数は3の倍数になる。

2 連続する2つの整数を  $n$ 、 $n+1$  とおく。

$$\begin{aligned}\text{連続する2つの整数の2乗の差は、} &(n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 \\ &= 2n + 1\end{aligned}$$

$$2 \text{ 数の和は、} n + (n+1) = 2n + 1$$

よって、連続する2つの整数の2乗の差は、その2数の和に等しい。

3 囲んだ3つの数を  $n$ 、 $n+7$ 、 $n+14$  とおく。

囲んだ3つの数の最も大きい数と真ん中の数の積から最も小さい数と真ん中の数の積をひいた差は、

$$\begin{aligned}(n+7)(n+14) - n(n+7) &= n^2 + 21n + 98 - n^2 - 7n \\ &= 14n + 98 \\ &= 14(n+7)\end{aligned}$$

 $n+7$  は整数なので、 $14(n+7)$  は14で割り切れる。

よって、囲んだ3つの数の最も大きい数と真ん中の数の積から最も小さい数と真ん中の数の積をひいた差は、14で割り切れる。

4 道の面積は、

$$\begin{aligned}S &= \pi(r+h)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi r^2 + 2\pi rh + \pi h^2 - \pi r^2 \\ &= 2\pi rh + \pi h^2\end{aligned}$$

道の真ん中を通る円周の長さは、

$$\begin{aligned}\ell &= 2\pi\left(r + \frac{h}{2}\right) \\ &= 2\pi r + \pi h\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}h\ell &= h(2\pi r + \pi h) \\ &= 2\pi rh + \pi h^2\end{aligned}$$

よって、 $S = h\ell$  は成り立つ。

**【必修問題 A】 P.26,27****問題 1** (1) 連続する 2 つの偶数を  $2n$ ,  $2n+2$  ( $n$  は整数) とおく。

連続する 2 つの偶数の 2 乗の差は、

$$\begin{aligned}(2n+2)^2 - (2n)^2 &= (4n^2 + 8n + 4) - 4n^2 \\ &= 8n + 4 \\ &= 4(2n+1)\end{aligned}$$

 $2n+1$  は整数なので、 $4(2n+1)$  は 4 の倍数である。

よって、連続する 2 つの偶数の 2 乗の差は 4 の倍数になる。

(2) 連続する 2 つの奇数を  $2n-1$ ,  $2n+1$  ( $n$  は整数) とおく。

大きい奇数の 2 乗から小さい奇数の 2 乗をひいた差は、

$$\begin{aligned}(2n+1)^2 - (2n-1)^2 &= (4n^2 + 4n + 1) - (4n^2 - 4n + 1) \\ &= 8n\end{aligned}$$

 $n$  は整数なので、 $8n$  は 8 の倍数である。

よって、連続する 2 つの奇数において、大きい奇数の 2 乗から小さい奇数の 2 乗をひいた差は 8 の倍数になる。

**問題 2** (1) 連続する 3 つの整数を  $n$ ,  $n+1$ ,  $n+2$  とおく。

最大の数の 2 乗から最小の数の 2 乗をひいた数は、

$$\begin{aligned}(n+2)^2 - n^2 &= (n^2 + 4n + 4) - n^2 \\ &= 4n + 4\end{aligned}$$

真ん中の数の 4 倍は、 $4(n+1) = 4n + 4$ 

よって、連続する 3 つの整数のうち、最大の数の 2 乗から最小の数の 2 乗をひくと、真ん中の数の 4 倍になる。

(2) 連続する 3 つの整数の中央の整数を  $n$  とすると、小さい方の整数は  $n-1$ 、大きい方の整数は  $n+1$  と表せる。

連続する 3 つの整数の積に中央の整数を加えた数は、

$$\begin{aligned}n(n-1)(n+1) + n &= n^3 - n + n \\ &= n^3\end{aligned}$$

 $n$  は中央の整数なので、 $n^3$  は中央の整数の 3 乗である。

よって、連続する 3 つの整数の積に中央の整数を加えたものは、中央の整数の 3 乗に等しくなる。

**問題 3** カレンダーの中の 4 つの数の左上の数を  $n$  とすると、右上の数は  $n+1$ 、左下の数は  $n+7$ 、右下の数は  $n+8$  と表せる。

右上の数と左下の数の積から左上の数と左下の数の積をひくと、

$$\begin{aligned}(n+1)(n+7) - n(n+8) &= (n^2 + 8n + 7) - (n^2 + 8n) \\ &= 7\end{aligned}$$

よって、カレンダーの中の 4 つの数を長方形に囲んだ 4 つの数の右上の数と左下の数の積から

左上の数と左下の数の積をひくと 7 になる。

**問題 4** 道の面積は、

$$\begin{aligned}S &= \pi(r+4)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi r^2 + 8\pi r + 16\pi - \pi r^2 \\ &= 8\pi r + 16\pi\end{aligned}$$

道の真ん中を通る円周の長さは、

$$\begin{aligned}\ell &= 2\pi(r+2) \\ &= 2\pi r + 4\pi\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}4\ell &= 4(2\pi r + 4\pi) \\ &= 8\pi r + 16\pi\end{aligned}$$

よって、 $S = 4\ell$  は成り立つ。

**問題 5** 道の面積は,

$$\begin{aligned} S &= (a+2b)^2 - a^2 \\ &= (a^2 + 4ab + 4b^2) - a^2 \\ &= 4ab + 4b^2 \end{aligned}$$

道の真ん中を通る線の長さは,

$$\begin{aligned} \ell &= 4(a+b) \\ &= 4a + 4b \\ b\ell &= b(4a + 4b) \\ &= 4ab + 4b^2 \end{aligned}$$

よって,  $S = b\ell$  は成り立つ。

**【必修問題 B】 P.28**

**問題 1**  $n$  を整数とすると、4 でわって 3 余る数は  $4n+3$  と表せる。

この数の平方から 1 をひいた数は,

$$\begin{aligned} (4n+3)^2 - 1 &= (16n^2 + 24n + 9) - 1 \\ &= 16n^2 + 24n + 8 \\ &= 8(2n^2 + 3n + 1) \end{aligned}$$

$2n^2 + 3n + 1$  は整数なので,  $8(2n^2 + 3n + 1)$  は 8 でわり切れる。

よって, 4 でわって 3 余る数の平方から 1 をひいた数は 8 でわり切れる。

**問題 2** 連続する 3 つの整数を  $n$ ,  $n+1$ ,  $n+2$  とおく。

もっとも大きい整数ともっとも小さい整数の積に 1 を加えた数は,

$$\begin{aligned} n(n+2)+1 &= (n^2 + 2n) + 1 \\ &= n^2 + 2n + 1 \end{aligned}$$

中央の整数の 2 乗は,  $(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$

よって, 連続する 3 つの整数のうち, もっとも大きい整数ともっとも小さい整数の積に 1 を加えた数は,

中央の整数の 2 乗に等しい。

**問題 3** 道の面積は,

$$\begin{aligned} S &= (p+2a)(q+2a) - pq \\ &= (pq + 2ap + 2aq + 4a^2) - pq \\ &= 2ap + 2aq + 4a^2 \end{aligned}$$

道の真ん中を通る線の長さは,

$$\begin{aligned} \ell &= 2(p+a) + 2(q+a) \\ &= 2p + 2q + 4a \\ a\ell &= a(2p + 2q + 4a) \\ &= 2ap + 2aq + 4a^2 \end{aligned}$$

よって,  $S$  は  $a\ell$  に等しい。

**問題 4** ある 2 けたの整数の十の位の数を  $x$ , 一の位の数を  $y$  とすると, もとの 2 けたの整数は  $10x+y$ ,

十の位の数と一の位の数を入れかえてできる整数は  $10y+x$  と表せる。

これらの平方の差は,

$$\begin{aligned} (10x+y)^2 - (10y+x)^2 &= (100x^2 + 20xy + y^2) - (100y^2 + 20xy + x^2) \\ &= 99x^2 - 99y^2 \\ &= 99(x^2 - y^2) \end{aligned}$$

$x^2 - y^2$  は整数なので,  $99(x^2 - y^2)$  は 99 の倍数である。

よって, ある 2 けたの整数の平方と, その整数の十の位の数字と一の位の数字を入れかえてできる整数の平方の差は, 99 の倍数になる。